ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

GREEK MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
68^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
ΣΑΒΒΑΤΟ, 19 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2008

ΟΔΗΓΙΕΣ ΠΡΟΣ ΤΟΥΣ ΠΡΟΕΔΡΟΥΣ ΤΩΝ ΤΟΠΙΚΩΝ ΝΟΜΑΡΧΙΑΚΩΝ ΕΠΙΤΡΟΠΩΝ, ΠΡΟΕΔΡΟΥΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΩΝ ΚΕΝΤΡΩΝ ΚΑΙ ΕΠΙΤΗΡΗΤΕΣ

1. Παρακαλούμε να διαβάσετε προσεκτικά τις οδηγίες στους μαθητές.
2. Οι επιτηρητές των αιθουσών θα διανείμουν πρώτα κόλλες αναφοράς, στις οποίες οι μαθητές θα πρέπει απαραίτητα να γράψουν ***ΕΠΩΝΥΜΟ, ΟΝΟΜΑ, ΣΧΟΛΕΙΟ, ΤΑΞΗ, ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΚΑΤΟΙΚΙΑΣ και ΤΗΛΕΦΩΝΟ,*** τα οποία θα **ελεγχθούν σε αντιπαραβολή με την ταυτότητα** που θα έχουν οι εξεταζόμενοι, πριν καλυφθούν και μετά θα γίνει **η υπαγόρευση ή διανομή φωτοτυπιών** των θεμάτων στους μαθητές.
3. **Να φωτοτυπηθεί και να μοιραστεί σε όλους τους μαθητές η επιστολή που σας αποστέλλουμε μαζί με τα θέματα.**
4. Η εξέταση πρέπει να διαρκέσει ακριβώς τρεις (3) ώρες από τη στιγμή που θα γίνει η εκφώνηση των θεμάτων (9-12 περίπου). Δε θα επιτρέπεται σε κανένα μαθητή ν' αποχωρήσει πριν παρέλθει μία ώρα από την έναρξη της εξέτασης.
5. Οι επιτηρητές των αιθουσών έχουν το δικαίωμα ν' ακυρώσουν τη συμμετοχή μαθητών, αν αποδειχθεί ότι αυτοί έχουν χρησιμοποιήσει αθέμιτα μέσα, σημειώνοντας τούτο στις κόλλες των μαθητών. Η επιτροπή Διαγωνισμών της Ε.Μ.Ε. έχει δικαίωμα να επανεξετάσει μαθητή αν έχει λόγους να υποπτεύεται ότι το γραπτό του είναι αποτέλεσμα χρήσης αθέμιτου μέσου.
6. Υπολογιστές οποιουδήποτε τύπου καθώς και η χρήση κινητών απαγορεύονται.
7. Αμέσως μετά το πέρας της εξέτασης, οι κόλλες των μαθητών πρέπει να σφραγιστούν εντός φακέλου ή φακέλων, που θα έχουν την υπογραφή του υπεύθυνου του εξεταστικού κέντρου και ν' αποσταλούν στην **Επιτροπή Διαγωνισμών της Ε.Μ.Ε., Πανεπιστημίου 34, 106 79 Αθήνα,** αφού πρώτα στα παραρτήματα , εφόσον είναι εφικτό, γίνει μία πρώτη βαθμολόγηση, σύμφωνα με το σχέδιο βαθμολόγησης της επιτροπής διαγωνισμών.
8. Τα αποτελέσματα του διαγωνισμού θα σταλούν στους Προέδρους των Τοπικών Νομαρχιακών Επιτροπών (ΤΝΕ) και τα Παραρτήματα της Ε.Μ.Ε. και δεν προβλέπεται Αναβαθμολόγηση (διότι γίνεται εσωτερικά).
9. Η Εθνική Ολυμπιάδα Μαθηματικών **«ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ»** θα γίνει στις **23 Φεβρουαρίου 2008** στην Αθήνα. Από τους διαγωνισμούς αυτό και επί πλέον από ένα τελικό διαγωνισμό στην Ε.Μ.Ε. και μια προφορική εξέταση με προκαθορισμένη διαδικασία θα επιλεγεί οι εθνικές ομάδες, που θα συμμετάσχουν στην **25^{η} Βαλκανική Μαθηματική Ολυμπιάδα (ΠΓΔΜ, Μάιος 2008),** στην **12^{η} Βαλκανική Μαθηματική Ολυμπιάδα Νέων (Αλβανία, Ιούνιος 2008)** και στην **49η Διεθνή Μαθηματική Ολυμπιάδα (Ισπανία, Ιούλιος 2008).**
10. **Με την ευκαιρία αυτή, το Δ.Σ. της Ε.Μ.Ε. ευχαριστεί όλους τους συναδέλφους που συμβάλλουν αφιλοκερδώς στην επιτυχία των Πανελληνίων Μαθητικών Διαγωνισμών της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας.**
11. **Παρακαλούμε τον Πρόεδρο της ΤΝΕ μαζί με τα γραπτά να μας στείλει το ονοματεπώνυμο και την ταχ. Δ/νση όλων των επιτηρητών για να τους σταλεί ονομαστική ευχαριστήρια επιστολή από το Δ.Σ. της ΕΜΕ.**

ΓΙΑ ΤΟ Δ.Σ. ΤΗΣ Ε.Μ.Ε.

Ο Πρόεδρος
Καθηγητής Νικόλαος Αλεξανδρής

Ο Γενικός Γραμματέας
Ιωάννης Τυρλής

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

GREEK MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

Αθήνα, 19 Ιανουαρίου 2008

Αγαπητοί μαθητές,

Σας καλωσορίζουμε στο διαγωνισμό της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας (ΕΜΕ) "**ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ**". Σήμερα δεν δίνετε τις συνηθισμένες εξετάσεις. Συμμετέχετε σε έναν αγώνα του πνεύματος. Και μόνο η απόφασή σας για συμμετοχή είναι μια επιτυχία. Με την ευκαιρία αυτής μας της επικοινωνίας θα θέλαμε να σας πληροφορήσουμε για τα εξής :

Στα περιοδικά της ΕΜΕ **Ευκλείδης Α΄** και **Ευκλείδης Β΄** δημοσιεύονται εκτός των άλλων θεμάτων ανά τάξη και θέματα με τις λύσεις τους από Διεθνείς Μαθηματικούς Διαγωνισμούς.

Επίσης έχουν εκδοθεί βιβλία της ΕΜΕ με τα θέματα των Διεθνών Μαθηματικών Ολυμπιάδων, Βαλκανιάδων, Θεωρίας αριθμών και τα βιβλία με τα Θέματα των Ελληνικών Διαγωνισμών 1997-2007.

Για το νέο έτος το Δ.Σ. της ΕΜΕ σας εύχεται ολόψυχα καλή χρονιά, προσωπική και οικογενειακή ευτυχία.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΓΙΑ ΤΟ Δ.Σ.
ΤΗΣ Ε.Μ.Ε.

Ο Πρόεδρος
Καθηγητής Νικόλαος Αλεξανδρής

Ο Γενικός Γραμματέας
Ιωάννης Τυρλής

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 210 3616532 - 2103617784 - Fax: 210 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

GREEK MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 210 3616532 - 2103617784 - Fax: 210 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
68^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
ΣΑΒΒΑΤΟ, 19 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2008

Β΄ τάξη Γυμνασίου

Πρόβλημα 1.

Αν ισχύει ότι $8x+10y=1$, να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$\mathrm{A}=2008-4(4x+5y)-48x-60y.$$

Πρόβλημα 2.

Σε μία ατελή διαίρεση ενός τριψήφιου φυσικού αριθμού a με τον αριθμό 5, το πηλίκο είναι μεγαλύτερο κατά 5 του εξαπλάσιου του υπολοίπου. Ποιες είναι οι δυνατές τιμές του a;

Πρόβλημα 3

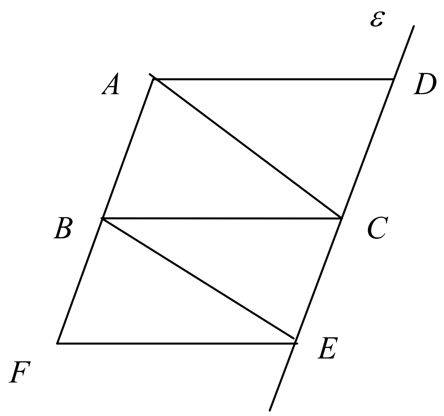
Στο διπλανό σχήμα δίνεται το τρίγωνο ABC και ευθεία ε που περνάει από το C παράλληλη προς την πλευρά AB. Επιπλέον, δίνεται ότι

$$CD=CE=AB.$$

Στην προέκταση της AB προς το B παίρνουμε ευθύγραμμο τμήμα $BF=AB$.

α) Να βρεθούν τα τρίγωνα που υπάρχουν στο σχήμα και έχουν ίσο εμβαδόν.
(Να δικαιολογήσετε πλήρως την απάντησή σας).

β) Τι μέρος του εμβαδού του σχήματος $AFED$ είναι το εμβαδόν του τριγώνου ABC;



Πρόβλημα 4

(α) Να αποδείξετε ότι κάθε εξαψήφιος θετικός ακέραιος της μορφής $\mathrm{A}=ababab$, όπου a,b ψηφία, διαιρείται με το 3.

(β) Να προσδιορίσετε τους εξαψήφιους θετικούς ακέραιους της μορφής $\mathrm{A}=ababab$, όπου a,b ψηφία, οι οποίοι διαιρούνται με το 5 και το 9.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 210 3616532 - 2103617784 - Fax: 210 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

GREEK MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 210 3616532 - 2103617784 - Fax: 210 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
68^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
"Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ"
ΣΑΒΒΑΤΟ, 19 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2008

Γ΄ τάξη Γυμνασίου

Πρόβλημα 1

Αν ισχύει ότι $12b+26a=1$, να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$\mathrm{A}=\frac{5}{12}-\left(24b+52a\right)^{-2}-\left(72b+156a\right)^{-1}.$$

Πρόβλημα 2

Τρία σχολεία νοίκιασαν ένα αθλητικό κέντρο για τις ανάγκες του μαθήματος της Γυμναστικής και θα πληρώνουν 3000 ευρώ μηνιαίως. Τα χρήματα που θα πληρώνει κάθε σχολείο είναι ανάλογα προς τον αριθμό των ημερών που θα χρησιμοποιεί το αθλητικό κέντρο. Το πρώτο σχολείο θα χρησιμοποιεί το αθλητικό κέντρο 12 μέρες το μήνα, το δεύτερο σχολείο θα χρησιμοποιεί το αθλητικό κέντρο 10 μέρες το μήνα και το τρίτο σχολείο κατά το $\frac{1}{2}$ των ημερών του πρώτου σχολείου συν 2 μέρες ακόμα.

Πόσο θα κοστίσουν σε κάθε σχολείο οι τρεις πρώτοι μήνες;

Πρόβλημα 3

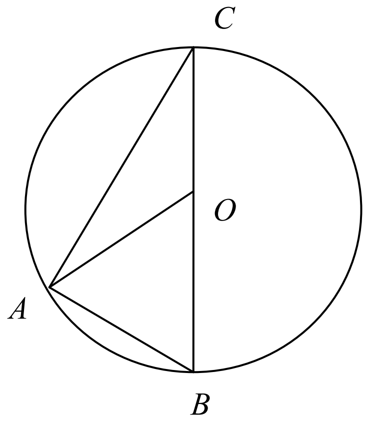
Στο διπλανό σχήμα το ευθύγραμμο τμήμα BC είναι διάμετρος του κύκλου και επιπλέον $AB=2\sqrt{7}$ και $AC=6$.

α) Να βρεθεί το μήκος της διαμέτρου του κύκλου.

β) Να βρεθεί το μήκος της διαμέσου και του ύψους του τριγώνου ABC που αντιστοιχούν στην πλευρά BC.

γ) Αν E είναι το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου και E_x είναι το εμβαδόν του μέρους της επιφάνειας του κυκλικού δίσκου που βρίσκεται εξωτερικά του τριγώνου ABC, να αποδείξετε ότι

$$\frac{E_x}{E}>\frac{2}{3}.$$



Πρόβλημα 4

Έστω ο τριψήφιος θετικός ακέραιος αριθμός $\mathrm{A}=abc$, όπου a,b,c ψηφία με $a>0$. Αν εναλλάξουμε το πρώτο με το τρίτο ψηφίο του, τότε προκύπτει ο ακέραιος Β που είναι μικρότερος από τον Α κατά 396. Επιπλέον, αν από τον Α αφαιρέσουμε 41 ο αριθμός που προκύπτει ισούται με 50 φορές το άθροισμα των ψηφίων του Α. Να προσδιορίσετε τον αριθμό Α.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 210 3616532 - 2103617784 - Fax: 210 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

GREEK MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 210 3616532 - 2103617784 - Fax: 210 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
68^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
"Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ"
ΣΑΒΒΑΤΟ, 19 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2008

Α΄ τάξη Λυκείου

Πρόβλημα 1

(α) Να απλοποιήσετε την παράσταση

$$\mathrm{K} = (x+y)^3 - (x-y)^3 - 6x^2y - y^3$$

(β) Να αποδείξετε ότι ο αριθμός

$$\mathrm{A} = 200004^3 - 199996^3 - 24 \cdot 200000^2 - 64$$

είναι κύβος ακεραίου.

Πρόβλημα 2

Αν για τους πραγματικούς αριθμούς a, b ισχύει ότι

$$a^2 + b^2 - 2a = 2b + ab - 4,$$

να βρεθούν οι λύσεις της εξίσωσης

$$(2x-a)^3 - (x-b)^3 - x^3 = 0.$$

.

Πρόβλημα 3

Δίνεται ορθογώνιο ΑΒΓΔ με πλευρές $\mathrm{AB} = 2\alpha$ και $\mathrm{A\Delta} = \alpha$. Να αποδείξετε ότι το μέσον Μ της πλευράς ΑΒ έχει την ιδιότητα:

το άθροισμα $\Delta\mathrm{M} + \mathrm{M}\Gamma$ είναι το ελάχιστο δυνατό για τις διάφορες θέσεις του σημείου Μ πάνω στην ευθεία ΑΒ.

Πρόβλημα 4

Αν οι αριθμοί x, y, z είναι τέτοιοι ώστε $x > 0, y+1 > 0, z+2 > 0$ και $x + y + z = 3$, να αποδείξετε ότι

$$\frac{x(y+1)}{x+y+1} + \frac{(y+1)(z+2)}{y+z+3} + \frac{x(z+2)}{x+z+2} \leq 3.$$

Για ποιες τιμές των x, y, z ισχύει η ισότητα;

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 210 3616532 - 2103617784 - Fax: 210 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

GREEK MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 210 3616532 - 2103617784 - Fax: 210 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
$68^{ος}$ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
"Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ"
ΣΑΒΒΑΤΟ, 19 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2008

Β΄ τάξη Λυκείου

Πρόβλημα 1
Να λύσετε την εξίσωση:

$$x^2+2=3\sqrt{3x-2}\,.$$

Πρόβλημα 2
Σε ένα "τουρνουά" ποδοσφαίρου συμμετέχουν n ομάδες οι οποίες θα παίξουν όλες μεταξύ τους μία μόνο φορά. Για τη νίκη μιας ομάδας δίνονται 3 βαθμοί, για την ισοπαλία 2 βαθμοί και για την ήττα 1 βαθμό. Αν στο τέλος του "τουρνουά" ο συνολικός αριθμός των βαθμών που συγκέντρωσαν όλες οι ομάδες είναι 364, να βρεθεί ο αριθμός n των ομάδων που συμμετείχαν.

Πρόβλημα 3
Αν για τους πραγματικούς αριθμούς x, y, z ισχύει

$$x^2+y^2+z^2+2x+4y+6z+13=0\,,$$

τότε να προσδιορίσετε το μέγιστο θετικό αριθμό m που είναι τέτοιος ώστε:

$$x+y+z+m\le 0\,.$$

Πρόβλημα 4.
Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ με $\hat{\mathrm{A}}=\hat{\mathrm{B}}=90^\circ$, $\mathrm{A\Delta}=\alpha$ και $\mathrm{AB}=\mathrm{B\Gamma}=2\alpha$.

(i) Να αποδείξετε ότι: $\mathrm{\Delta A}+\mathrm{A\Gamma}<\mathrm{\Delta B}+\mathrm{B\Gamma}$.

(ii) Να βρείτε σημείο Μ πάνω στην ευθεία ΑΒ για το οποίο το άθροισμα $\mathrm{\Delta M}+\mathrm{M\Gamma}$ είναι το ελάχιστο δυνατό.

(iii) Για το σημείο Μ που θα βρείτε, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΔΜΓ.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 210 3616532 - 2103617784 - Fax: 210 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

GREEK MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 210 3616532 - 2103617784 - Fax: 210 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
68ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
ΣΑΒΒΑΤΟ, 19 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2008

Γ΄ τάξη Λυκείου

Πρόβλημα 1

Αν ο z είναι μιγαδικός με $\mathrm{Re}(z) \neq 0$, $\mathrm{Im}(z) \neq 0$ και

$$\frac{6z^4+5z^2+6}{3z^4+z^2+3} \in \mathbb{R},$$

να αποδείξετε ότι: $|z| = 1$.

Πρόβλημα 2

Να λύσετε το σύστημα

$$\left\{\begin{matrix} x^3+3xy+y^3=1 \\ x^3-x^2=y^3-y^2 \end{matrix}\right\} \qquad (\Sigma)$$

Πρόβλημα 3

Δίνεται η ακολουθία α_ν με $\nu \in \mathbb{N}^*$, για την οποία ισχύει:

$$\alpha_{\nu+1} - \alpha_\nu = 2\nu+1, \text{ για κάθε } \nu \in \mathbb{N}^*.$$

Να αποδείξετε ότι το γινόμενο δύο οποιωνδήποτε διαδοχικών όρων της ακολουθίας είναι επίσης όρος της ακολουθίας.

Πρόβλημα 4

. Έστω Σ εσωτερικό σημείο οξυγωνίου τριγώνου $\mathrm{AB\Gamma}$. Οι ευθείες $\mathrm{A\Sigma}$, $\mathrm{B\Sigma}$ και $\Gamma\Sigma$ τέμνουν τις πλευρές $\mathrm{B\Gamma}$, $\mathrm{A\Gamma}$ και AB στα σημεία A', B' και Γ' αντίστοιχα, ώστε $\Sigma\mathrm{A}' \leq \mathrm{A}\Sigma$, $\Sigma\mathrm{B}' \leq \mathrm{B}\Sigma$ και $\Sigma\Gamma' \leq \Gamma\Sigma$.

Αν θέσουμε $x = (\Sigma\mathrm{AB})$, $y = (\Sigma\mathrm{B\Gamma})$ και $z = (\Sigma\mathrm{A\Gamma})$,να αποδείξετε ότι:

$$x^4+y^4+z^4 \leq 2x^2y^2+2x^2z^2+2y^2z^2.$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ